

Mathematische Herleitung einer Formel zum Berechnen der tatsächlichen Leistung einer Last aus den Größen

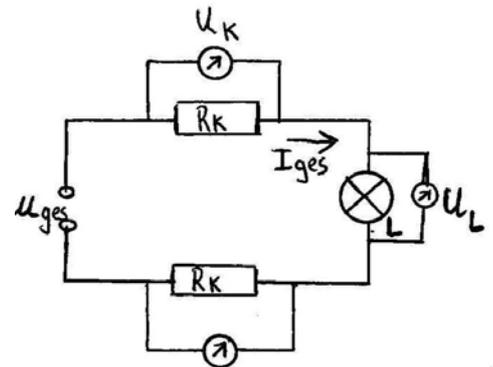
U_{ges} = Netzspannung, in Volt

l = Leitungslänge in Meter

A = Querschnitt des Kabel in mm^2

ρ = Materialkonstante in $\frac{\Omega mm^2}{m}$ z.B. Kupfer = 0,017 $\frac{\Omega mm^2}{m}$

P_{Nenn} = Gesamtleistung der angeschlossenen Lasten



Wir brauchen die tatsächliche Leistung an der Last P_L , sie ist kleiner als die Nennleistung, da durch den Spannungsabfall in der Zuleitung die an der Last zur Verfügung stehende

Spannung kleiner ist als die eingespeiste Spannung. Die tatsächliche Leistung wird berechnet nach

$$P_L = U_L * I_{ges}$$

Hier sind aber weder U_L noch I_{ges} bekannt. Da aber gilt $U_L = R_L * I_{ges}$ ersetzen wir U_L durch $R_L * I_{ges}$ und erhalten die folgende Gleichung $P_L = R_L * I_{ges} * I_{ges}$. Das lässt sich zusammenfassen in:

$$P_L = R_L * I_{ges}^2$$

R_K können wir aus den Angaben für die Zuleitung errechnen, das folgt später. Betrachten wir I_{ges} . Sie ließe sich berechnen, wenn wir den Gesamtwiderstand kennen würden,

denn aus $R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I_{ges}}$ folgt $I_{ges} = \frac{U_{ges}}{R_{ges}}$. U_{ges} ist bekannt und der Gesamtwiderstand lässt sich

auch berechnen, das ist die Summe aller Widerstände in diesem Stromkreis.

Ersetzen wir also I_{ges} durch $\frac{U_{ges}}{R_{ges}}$ dann erhalten wir:

$$P_L = R_L * \left(\frac{U_{ges}}{R_{ges}} \right)^2$$

Kümmern wir uns um R_{ges} ! Wir ersetzen jetzt R_{ges} durch die Elemente, die den Gesamtwiderstand bilden, nämlich zweimal das Kabel und den Widerstand der Gesamtlast, und es wird $R_{ges} = R_K + R_L + R_K = 2 R_K + R_L$ und erhalten:

$$P_L = R_L * \left(\frac{U_{ges}}{2 R_K + R_L} \right)^2$$

Damit kommen wir dem Endergebnis langsam nahe, denn wir kennen die Gesamtnennleistung und die Nennspannung mit deren Hilfe wir R_L berechnen können.

$R_L = \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}$, es wird nun statt R_L der Term $\frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}$ verwendet und wir erhalten

$$P_L = \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}} * \left(\frac{U_{ges}}{2 R_K + \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}} \right)^2$$

Jetzt müssen wir das noch unbekannte R_K durch die gegebenen

Größen l = Leitungslänge in Meter, A = Querschnitt des Kabel in mm^2 und ρ = Materialkonstante in $\frac{\Omega mm^2}{m}$ ausdrücken. $R_K = \rho * \frac{l}{A}$ dann eingesetzt ergibt

$$P_L = \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}} * \left(\frac{U_{ges}}{2 \rho * \frac{l}{A} + \frac{U_{Nenn}^2}{P_{Nenn}}} \right)^2$$